第二章　　課程架構

數學課程架構設定學生在高中階段須掌握的重要知識、技能、價值觀和態度。學校和教師在規畫校本課程和設計適切的學、教、評活動時，須以課程架構作依據。

2.1 設計原則

本課程按以下原則設計：

(a) 建基於基礎教育階段已涵蓋的知識

爲保持不同學習階段課程的連貫性，本課程建基於學生在小一至中三基礎教育階段數學課程所涵蓋的知識、技能、價值觀和態度而設計。

(b) 提供一個均衡、有彈性和多元化的課程

高中學制實施後，會較以往有更多不同程度及性向的學生在高中階段修讀數學。數學課程（中四至中六）提供必修部分及延伸部分。必修部分作爲所有學生的學習基礎，提供必要的數學概念、技能和知識，以滿足他們在不同發展路向上的需要。延伸部分包括兩個單元，提供額外的數學知識，以滿足那些想學更多數學或更深入學習數學的學生的需要。數學課程（中四至中六）爲教師提供彈性，讓他們能：

- 爲學生在課程上提供選擇以滿足不同需要，例如必修部分，必修部分與單元一(微積分與統計)，或必修部分與單元二(代數與微積分)；
- 因應學生的個別情況編排教學次序；及
- 調適教學內容。

(c) 切合不同學生的需要

數學課程（中四至中六）提供空間讓教師組織不同的活動，以切合不同學生的學習需要。「探索與研究」學習單位讓教師爲個別學生設計不同的學習活動。爲幫助教師進一步調適課程，必修部分的內容分爲基礎課題和非基礎課題。基礎課題是**所有**學生均應致力掌握的概念和知識。教師可自行決定非基礎課題的內容是否適合其學生。延伸部分包括兩個不同導向的單元。對於在數學上有較佳表現的學生，或是較有興趣學習數學的學生，又或是需要更多數學知識和技能，爲日後工作和進修作準備的學生來說，他們可從延伸部分中，選擇修讀其中一個單元。單元一(微積分與統計)著重數學的應用，而單元二(代數與微積分)則較重視數學概念和知識。希望學習更多數學的學生可根據自己的興趣和需要選擇修讀最合適的單元。

(d) 達至廣度和深度之間的平衡

數學課程（中四至中六）參考數學學者和數學教育專業人士的意見及海外同等程度的數學課程，爲高中階段的學生涵蓋最重要和合適的內容。延伸部分的廣度和深度爲學生提供一個較嚴謹的學習本科的機會。

(e) 達至理論和應用之間的平衡

爲幫助學生建構數學知識和技能，高中數學科同樣重視數學的理論和在日常生活及數學情境中的應用。課程亦包括個別數學課題的發展和歷史背景，讓學生明白數學如何從前人的努力中演變出來。

(f) 培養終身學習的能力

現代科技日新月異，我們須面對知識領域迅速擴張和不斷湧現的新挑戰。學生必須學會學習、具備批判性思考的能力、懂得分析和解決問題及懂得如何與別人有效地溝通，才能面對現今與日後的種種挑戰。本課程亦提供機會培養學生上述的能力。

(g) 提升正面的價值觀及積極的學習態度

正面的價值觀及積極的學習態度對數學學習尤爲重要。這些元素已滲透於數學課程（中四至中六）內，特別是透過「探索與研究」單位，期望能幫助學生培養對學習數學的興趣，令他們熱心參與數學活動，靈敏地及自信地在日常生活中運用數學，持開放態度及具有獨立思考能力。

2.2 數學教育學習領域的課程架構

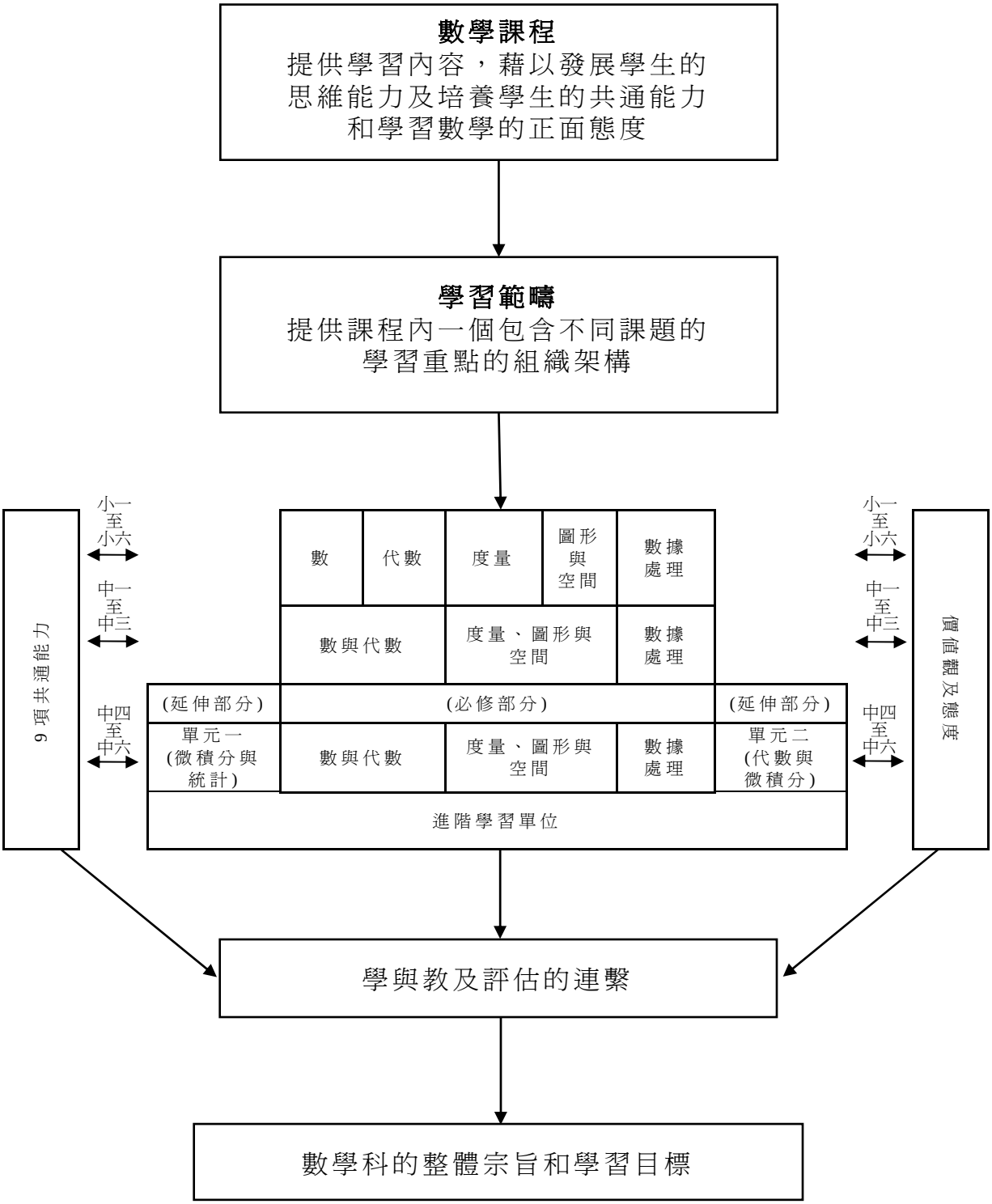
數學教育的課程架構是數學科的學與教活動的整體組織框架。課程架構由互相關連的部分所組成，包括：

- 學科知識和技能，在各範疇內以學習目標及學習重點表示；
- 共通能力；及
- 正面的價值觀和態度。

課程架構設定學生由小一至中六各不同的學習階段需要學習、重視及應具備的各種技能，並讓學校和教師能靈活調適數學課程，以配合學生的不同需要。

下頁的圖展示出數學課程架構各個重要部分。

數學課程架構圖


數學課程
提供學習內容，藉以發展學生的思維能力及培養學生的共通能力和學習數學的正面態度
學習範疇
提供課程內一個包含不同課題的學習重點的組織架構
9 項共通能力
小一至小六
中一至中三
中四至中六
數
代數
度量
圖形與空間
數據處理
數與代數
度量、圖形與空間
數據處理
(延伸部分)
(必修部分)
(延伸部分)
單元一 (微積分與統計)
數與代數
度量、圖形與空間
數據處理
單元二 (代數與微積分)
進階學習單位
小一至小六
中一至中三
中四至中六
價值觀及態度
學與教及評估的連繫
數學科的整體宗旨和學習目標

2.2.1 學習範疇

學習範疇是數學知識及概念在組織課程中的分類，其主要作用是將數學內容組織起來，整體地發展學生的知識、技能、價值觀和態度。數學課程的內容可歸納爲小學的五個學習範疇和中學的三個學習範疇。特別地，數學課程（中四至中六）的必修部分分爲三個學習範疇，分別是「數與代數」、「度量、圖形與空間」及「數據處理」。延伸部分的內容縱橫交織，並非以學習範疇來畫分其內容。

2.2.2 共通能力

在數學教育學習領域裡，共通能力既是過程技巧，亦是學習成果。這些共通能力十分重要，能夠幫助學生學會學習。九項共通能力分別是協作能力、溝通能力、創造力、批判性思考能力、運用資訊科技能力、運算能力、解決問題能力、自我管理能力及研習能力。

共通能力並不是數學概念學與教上附加的事物，而是其中的組成部分。共通能力能幫助學生獲得和掌握數學知識及概念。通過數學活動的情境發展學生的溝通能力、創造力和批判性思考能力，有助提升學生達致課程整體目標的能力。數學在日常生活中的應用、數學的進一步應用及探索和研究亦應受到重視。

2.2.3 價值觀及態度

除了知識及技能外，通過數學教育發展正面的價值觀與積極的態度亦非常重要。例如具責任感、投入感、持開放態度等價值觀和態度，對學生確立人生及學習目標是必需的。通過適當的學與教策略可以培育學生正面的價值觀和積極的態度，這不但有助提升學生的學習效能，亦有助培養他們的良好品格。整個數學課程（中四至中六）以及課程的學習重點滲透著以下的價值觀及態度，使學生能：

- 培養學習數學的**興趣**；
- 展示對參與數學活動的**熱忱**；
- 發展**靈敏的觸覺**，能體會數學在日常生活中的重要性；
- 展示在日常生活中應用數學的**信心**，包括闡明自己的論證及挑戰別人的論據；
- 願意與他人**協作**，分享意見及經驗，完成數學課業或活動和解決數學問題；
- 了解並履行個人的**責任**；
- 持**開放的態度**參與討論數學問題，願意聆聽及尊重他人的意見，懂得重視及欣賞他人的貢獻；
- **獨立思考**，解決數學問題；
- **鍥而不捨**地解決數學問題；及

- **欣賞**數學的精確性、美感和在文化方面的貢獻，以及其在人類活動上所發揮的作用。

教師應設計合適的學習活動，幫助學生透過學習數學知識，建立以上的價值觀和態度。

2.3 高中數學課程的宗旨

數學課程（中四至中六）爲數學課程（中一至中三）的延續，其宗旨如下：

(a) 進一步發展學生的數學知識、技能和概念；

(b) 爲學生提供個人發展及日後就業途徑的數學工具；

(c) 爲希望日後進修數學或與數學有關學科的學生奠定基礎；

(d) 培養學生的共通能力，尤其是運用數學解決問題，推理及傳意的能力；

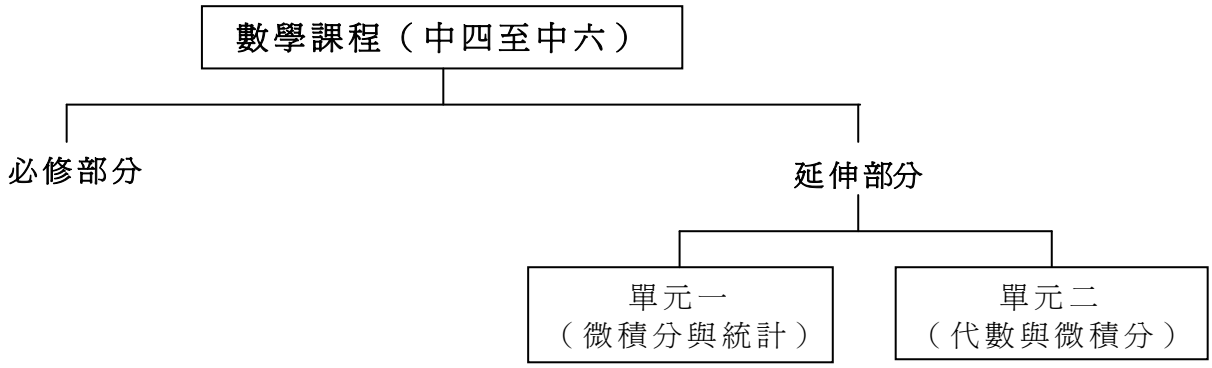
(e) 培養學生對數學學習的興趣，並建立積極的學習態度；

(f) 培養學生在生活中運用數學的能力和信心；及

(g) 協助學生發揮數學才華。

2.4 高中數學課程架構

下圖展示出數學課程（中四至中六）的架構：



【 *備注：學生可只修讀必修部分，亦可修讀必修部分及單元一（微積分與統計）或必修部分及單元二（代數與微積分）。學生最多只能從延伸部分中修讀其中一個單元。*】

爲配合學生不同的需要、興趣和取向，數學課程（中四至中六）由必修部分和延伸部分組成。**所有**學生都須要修讀必修部分。

延伸部分包括兩個單元，分別是單元一（微積分與統計）及單元二（代數與微積分）。延伸部分的設立，旨在讓數學課程（中四至中六）更有彈性和多元化，讓學生可以學到必修部分以外的數學知識。學生可以因應不同的需要和興趣，最多修讀其中一個單元。

下圖展示學生修讀數學課程（中四至中六）的不同選擇：

(1) 學生只修讀必修部分中的基礎課題

必修部分

(2) 學生修讀必修部分中的基礎課題和部分非基礎課題

必修部分

(3) 學生修讀必修部分中的所有課題

必修部分

(4) 學生修讀必修部分及單元一（微積分與統計）

必修部分	單元一 (微積分 與 統計)

(5) 學生修讀必修部分及單元二（代數與微積分）

必修部分	單元二 (代數 與 微積分)

數學課程（中四至中六）爲核心科目，最多可佔整個高中課程總課時的 15%（約 405 小時）。數學課程（中四至中六）的必修部分和延伸部分的課時分配建議如下：

	建議課時 (大約時數)
必修部分	10% - 12.5%（270 小時 - 338 小時）
必修部分與 一個單元	15%（405 小時）

2.5 必修部分

必修部分按照數學課程（中四至中六）設計的原則設計，其中包含兩個特點。

其一，必修部分爲所有學生提供學習基礎，同時具足夠的彈性以照顧不同學生的學習需要。課程內容畫分爲基礎課題及非基礎課題。基礎課題的內容連貫，包括必要的概念和知識；而非基礎課題則提供更豐富的學習內容。

其二，必修部分內容的設計重視數學與人類不同活動的密切關係。學生透過不同的學習活動，認識國際上數學詞彙、符號及解難策略的應用。此外，必修部分中的「數學的進一步應用」學習單位，能讓學生認識及欣賞他們在初中和高中所學習的不同數學知識之連貫性。

必修部分的學習重點讓學生理解數學知識和技能的發展及解決問題的應

用，包括在現實生活中的應用。此外，透過「統計的應用及誤用」、「排列與組合」、「數學的進一步應用」等學習單位，學生可綜合運用初中和高中的不同數學知識，理解和評價現實生活中較複雜的情況。

2.5.1 必修部分的組織

必修部分中，各學習範疇內各個學與教的重要和關鍵的項目，從學習目標到學習重點，均有顯著的從屬關係。其中學習目標旨在闡述學與教的宗旨和方向。在學習目標之下，學習重點的釐定，旨在詳細說明學生須學到的學習內容。在課程中，學習重點則按內容歸類並編排入不同的學習單位內。

必修部分包含三個學習範疇，分別爲「數與代數」、「度量、圖形與空間」及「數據處理」。此外，必修部分亦設有「進階學習單位」讓學生能綜合運用各範疇內的知識和技能，以解決現實生活和數學情境中的問題。

2.5.2 必修部分的學習目標

必修部分三個學習範疇的學習目標臚列如下：

必修部分的學習目標

數與代數範疇	度量、圖形與空間範疇	數據處理範疇
期望學生能：		
• 伸延數的概念至複數； • 利用代數符號探究及描述數量間的關係； • 以代數符號概括及描述數列的規律，並應用有關結果解決問題； • 從數值、符號及圖像角度闡釋較複雜的代數關係； • 處理較複雜的代數式及關係式，及應用有關知識與技能建立及解答各種現實生活的問題，並證明所得結果的真確性；及 • 應用「數與代數」範疇內的知識和技能來概括、描述及傳遞數學意念及進一步解答各學習範疇內的問題。	• 應用歸納和推理方法來學習二維空間圖形的性質； • 以適當的符號、術語及理由來建立及寫出與平面圖形有關的幾何證明； • 應用代數關係來探究及描述二維空間的幾何知識，並應用有關知識解答相關問題； • 應用三角函數來探究、描述及表達二維和三維空間的幾何知識，並應用有關知識解答相關問題；及 • 聯繫「度量、圖形與空間」及其他學習範疇的知識和技能，並運用各種策略，應用於建立和解答二維及三維空間的問題。	• 理解離差的量度； • 選擇及使用集中趨勢及離差的量度來比較數據； • 研究及判斷由數據得出的推論的可信性； • 掌握計數的基本技能； • 應用簡單公式來建立及解答較深入的概率問題；及 • 綜合統計及概率的知識，以解答有關現實生活問題。

2.5.3 必修部分的基礎課題與非基礎課題

爲照顧不同學生的學習需要，必修部分的內容畫分爲基礎課題及非基礎課題。數學課程（中四至中六）的基礎課題，內容與初中的基礎部分連貫。基礎課題包括重要概念和知識，所有學生均須致力學習。基礎課題按以下原則選取：

- 包括學習必修部分的內容所需的基本概念和知識，及其在現實生活中的簡單應用；及
- 由不同環節組成的連貫自足的學習整體，讓學生可以從多角度體會數學的不同經驗。

必修部分還包括了比基礎課題更廣泛和更深入的課題 — 非基礎課題。非基礎課題提供更豐富的學習內容，爲只修讀必修部分的學生打好基礎，以應付日後升學及工作上的需要。教師可因應學生所需，自行調適非基礎課題的教學內容。

延伸部分的單元一和單元二的內容建基於必修部分中基礎課題和非基礎課題的學習。因此，修讀延伸部分任何一個單元的學生應一併修讀必修部分中的基礎課題和非基礎課題。

2.5.4 必修部分的學習重點

必修部分的課時佔總課時的 10%至 12.5%（約 270 小時至 338 小時）。具體的課時分配須視乎學生的學習途徑、取向及進度。

每個學習單位備有相應的教學時數（以小時爲單位），以協助教師編排和調適教學進度。爲方便教師參考，學習重點中的非基礎課題以<u>底線標示</u>。

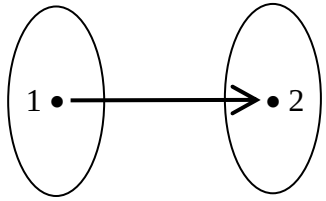
必修部分學習重點

備注：

1. *學習單位分成三個學習範疇（「數與代數」、「度量、圖形與空間」和「數據處理」）和一個進階學習單位。*
2. *相關的學習重點歸於同一學習單位內。*
3. *畫有底線的學習重點爲非基礎課題。*
4. *表中「注釋」欄的內容可視爲學習重點的補充資料。*
5. *學習單位旁的教學時數旨在協助教師判斷課題的教學深度。教學時數僅作參考之用，教師可因應個別情況自行調節。*
6. *學校可編配最多 338 小時（即佔總課時的 12.5%）予需要較多課時學習的學生。*

學習單位	學習重點	時間	注釋
數與代數範疇			
1. 一元二次方程	1.1 以因式法解二次方程 1.2 由已知根建立二次方程 1.3 由繪畫拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖像及讀取該圖像的 x 截距解方程 $ax^2 + bx + c = 0$	19	已知根應限於實數。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	1.4 以二次公式解二次方程		只修讀基礎課題的學生： • **不須**以 $a \pm bi$ 的形式來表示非實數根 • **不須**簡化諸如 $2 \pm \sqrt{48}$ 的根式
	1.5 理解二次方程的判別式與其根的性質之關係		由於學生在學習重點 1.8 中認識了複數的存在性，因此當 $\Delta < 0$ 時，學生必須指出「方程**無實根**」或「方程有**兩個非實數根**」。
	1.6 解涉及二次方程的應用題		教師應選擇與學生經驗有關的應用題。 解涉及諸如 $\frac{6}{x} + \frac{6}{x-1} = 5$ 等較複雜方程的應用題屬非基礎課題，並在學習重點 5.4 中處理。
	1.7 <u>理解根與係數的關係及以此關係建立二次方程</u>		根與係數的關係包括： • $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 及 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$， 其中 α 和 β 爲方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根且 $a \neq 0$。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	1.8 欣賞數系（包括複數系）的發展 1.9 <u>進行複數的加、減、乘及除運算</u>		可討論諸如數系的分層、循環小數與分數互化等課題。 只限於 $a \pm bi$ 形式的複數。 注：二次方程的係數只限於實數。
2. 函數及其圖像	2.1 認識函數、定義域、上域、自變量及應變量的直觀概念 2.2 認識函數的記法及使用表列、代數和圖像方法來表達函數 2.3 理解二次函數圖像的特徵	10	學生須找出函數的定義域，但教師**不須**強調有關的計算。 以下表達方式亦可接受：  二次函數圖像的特徵包括： • 頂點 • 對稱軸 • 開口方向 • 與兩軸的關係 學生須以圖解法求二次函數的極大值和極小值。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	2.4 <u>以代數方法求二次函數的極大值和極小值</u>		學生須解與二次函數的極大值和極小值有關的應用題。
3. 指數函數與對數函數	3.1 <u>理解有理數指數的定義</u> 3.2 <u>理解有理指數的定律</u> 3.3 <u>理解對數的定義及其性質（包括換底公式）</u>	16	定義包括 $\sqrt[n]{a}$、$a^{\frac{1}{n}}$ 和 $a^{\frac{m}{n}}$。 學生亦須能計算諸如 $\sqrt[3]{-8}$ 等數式的值。 有理指數定律包括： • $a^p a^q = a^{p+q}$ • $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ • $(a^p)^q = a^{pq}$ • $a^p b^p = (ab)^p$ • $\frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$ 對數性質包括： • $\log_a 1 = 0$ • $\log_a a = 1$ • $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

學習單位	學習重點	時間	注釋
			• $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ • $\log_a M^k = k \log_a M$ • $\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$
	3.4 <u>理解指數函數與對數函數的性質及認識其圖像的特徵</u>		包括以下的性質及特徵： • 函數的定義域 • 當 $a > 1$（$0 < a < 1$）及 x 遞增時，函數 $f(x) = a^x$ 遞增（遞減） • $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 對稱於 $y = x$ • 兩軸的截距 • （從直觀得）函數遞增率／遞減率
	3.5 <u>解指數方程和對數方程</u>		諸如 $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ 或 $\log(x - 22) + \log(x + 26) = 2$ 等可變換爲二次方程的方程，在學習重點 5.3 中處理。
	3.6 <u>欣賞對數在現實生活中的應用</u>		可討論諸如以黎克特制表示地震強度、以分貝表示聲音強級等應用。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	3.7 欣賞對數概念的發展		可討論諸如對數概念發展的歷史及如何以對數概念設計昔日的某些計算工具（例如：對數尺和對數表）等課題。
4. 續多項式	4.1 進行多項式除法 4.2 理解餘式定理 4.3 理解因式定理 4.4 理解最大公因式和最小公倍式的概念 4.5 進行有理函數的加、減、乘及除	14	亦可接受長除法以外的方法。 “H.C.F.”、“gcd” 等簡稱皆可使用。 **不包括**多於兩個變數的有理函數之運算。
5. 續方程	5.1 使用圖解法解分別爲二元一次及二元二次的聯立方程，其中二元二次方程只限於 $y = ax^2 + bx + c$ 的形式 5.2 使用代數方法解分別爲二元一次及二元二次的聯立方程 5.3 解可變換爲二次方程的方程（其中包括分式方程、指數方程、對數方程及三角方程）	10	三角方程的解只限於 0° 至 360° 的區間。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	5.4 解涉及可變換爲二次方程的方程之應用題		教師應選擇與學生經驗有關的應用題。
6. 變分	6.1 理解正變（正比例）和反變（反比例）及其在解現實生活問題時的應用 6.2 理解正變和反變的圖像 6.3 理解聯變和部分變及其在解決現實生活問題時的應用	9	
7. 等差數列與等比數列及其求和法	7.1 理解等差數列的概念及其性質 7.2 理解等差數列的通項 7.3 理解等比數列的概念及其性質 7.4 理解等比數列的通項	17	等差數列的性質包括： • $T_n = ½ (T_{n-1} + T_{n+1})$ • 若 $T_1 , T_2 , T_3 , \ldots$爲等差數列，則 $k T_1 + a$， $k T_2 + a$， $k T_3 + a , \ldots$ 亦爲等差數列 等比數列的性質包括： • $T_n^2 = T_{n-1} \times T_{n+1}$ • 若 $T_1 , T_2 , T_3 , \ldots$ 爲等比數列，則 $k T_1$， $k T_2$， $k T_3 , \ldots$ 亦爲等比數列

學習單位	學習重點	時間	注釋
	7.5 理解等差數列和等比數列的有限項求和公式及使用該公式解有關問題 7.6 探究某些等比數列的無限項求和公式及使用該公式解有關問題 7.7 解有關現實生活中的應用題		例如：涉及等差數列或等比數列求和的幾何題。 例如：涉及等比數列的無限項求和的幾何題。 例如：涉及利息、增長或折舊的應用題。
8. 不等式與線性規畫	8.1 解複合一元一次不等式 8.2 以圖解法解一元二次不等式 8.3 以代數方法解一元二次不等式 8.4 在平面上表示二元一次不等式的圖像 8.5 解聯立二元一次不等式 8.6 解線性規畫應用題	16	複合不等式包括涉及「和」或「或」的邏輯連詞。
9. 續函數圖像	9.1 描繪及比較不同函數的圖像，包括常值函數、線性函數、二次函數、三角函數、指數函數及對數函數的圖像 9.2 使用 $y = f(x)$ 的圖像解方程 $f(x) = k$	11	包括函數定義域、極大值或極小值的存在性、對稱性、週期性的比較。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	9.3 使用 $y = f(x)$ 的圖像解不等式 $f(x) > k$、$f(x) < k$、$f(x) \geq k$ 和 $f(x) \leq k$ 9.4 <u>從表列、符號和圖像的角度理解函數 $f(x)$ 的變換，包括 $f(x) + k$、$f(x + k)$、$k f(x)$ 和 $f(kx)$</u>		
度量、圖形與空間範疇			
10. 圓的基本性質	10.1 理解圓上弦和弧的性質	23	圓上弦和弧的性質包括： • 等弧所對的弦相等 • 等弦截取等弧 • 由圓心至弦的垂直線平分該弦 • 由圓心至弦（直徑除外）的中點的連線垂直該弦 • 弦的垂直平分線經過圓心 • 等弦至圓心等距 • 與圓心等距的弦相等 學生須理解給出三個不共線點爲甚麼有而且只有一個經過這三點的圓。 注：弧與所對的圓心角成正比例的性質應在第三學習階段闡述弧長計算公式時討論。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	10.2 理解圓上角的性質		圓上角的性質包括： • 一弧所對的圓心角爲該弧所對的圓周角的兩倍 • 同弓形內的圓周角皆相等 • 弧與所對的圓周角成正比例 • 半圓內的圓周角爲直角 • 若圓周角是一直角，則其所對的弦是一直徑
	10.3 理解圓內接四邊形的性質		圓內接四邊形的性質包括： • 圓內接四邊形對角互補 • 圓內接四邊形的外角等於其內對角
	10.4 <u>理解四點共圓和圓內接四邊形的判別法</u>		四點共圓和圓內接四邊形的判別法包括： • 若 A 和 D 爲位於直線 BC 同一側的兩點，並且 $\angle BAC = \angle BDC$，則 A、B、C 與 D 四點共圓 • 若四邊形有一對對角互補，則該四邊形爲圓內接四邊形

學習單位	學習重點	時間	注釋
	10.5 理解圓切線和其內錯弓形的圓周角的性質 10.6 使用圓的基本性質作簡單幾何證明		• 若四邊形的外角等於其內對角，則該四邊形爲圓內接四邊形 性質包括： • 圓的切線垂直於經過切點的半徑 • 經過半徑的外端且垂直於這半徑的直線是圓的切線 • 經過切點且垂直於切線的直線經過圓心 • 由圓外一點至圓作兩切線，則： - 由外點至切點的長度相等 - 兩切線所對的圓心角相等 - 圓心與切線交點的連線平分兩切線間的夾角 • 若直線與圓相切，則弦切角等於其內錯弓形上的圓周角 • 若直線經過弦上一端點且與弦所成的角等於其內錯弓形上的圓周角，則此直線與圓相切

學習單位	學習重點	時間	注釋
11. 軌跡	11.1 理解軌跡的概念 11.2 描述及描繪滿足某些已知條件的點之軌跡 11.3 以代數方程描述點的軌跡	7	條件包括： • 與一點保持固定距離 • 與兩點保持相等距離 • 與一直線保持固定距離 • 與一線段保持固定距離 • 與兩平行線保持相等距離 • 與兩相交直線保持相等距離 學生須求簡單軌跡的方程，其中包括直線、圓和形式如 $y = ax^2 + bx + c$ 的拋物線之方程。
12. 直線與圓的方程	12.1 理解直線方程	14	學生須在給定條件下，諸如： • 直線上任意兩點的坐標 • 直線的斜率及該直線上一點的坐標 • 直線的斜率及其 y 截距 求有關直線的方程。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	12.2 理解兩直線相交的各種可能情況 12.3 理解圓方程		學生須由直線方程描述有關直線的特徵，包括： • 斜率 • 與兩軸的截距 • 某點是否在該直線上 **不包括**法線式。 學生須判斷兩直線相交時交點的數目。 注：解聯立二元一次方程爲第三學習階段中的一個學習重點。 學生須在給定條件下，諸如： • 圓心的坐標及半徑的長度 • 圓上任意三點的坐標 求有關圓的方程。 學生須由圓方程描述有關圓的特徵，包括： • 圓心 • 半徑 • 某點在圓內、圓外或圓上

學習單位	學習重點	時間	注釋
	12.4 求直線與圓交點的坐標及理解直線與圓相交的各種可能情況		包括求圓的切線方程。
13. 續三角	13.1 理解正弦、餘弦和正切函數、其圖像及其性質，包括極大值、極小值和週期性 13.2 解三角方程 $a\sin\theta = b$、$a\cos\theta = b$、$a\tan\theta = b$（其解限於 0° 至 360° 區間）和其他的三角方程（其解限於 0° 至 360° 區間） 13.3 理解三角形面積公式 $\frac{1}{2}ab\sin C$ 13.4 理解正弦和餘弦公式 13.5 理解希羅公式 13.6 使用上述公式解二維及三維空間的應用題	21	須包括含 $-\theta$、$90° \pm \theta$、$180° \pm \theta$ …… 等的正弦、餘弦和正切的數式之簡化。 解可變換爲二次方程的方程屬非基礎課題，並在學習重點 5.3 中處理。 「上述公式」指學習重點 13.3 至 13.5 內的公式。 三維空間的應用題包括求兩直線的交角、直線與平面的交角、兩平面的交角、點與線的距離、點與面的距離。 注：探討簡單立體圖形的性質爲第三學習階段中的一個學習重點。

學習單位	學習重點	時間	注釋
數據處理範疇			
14. 排列與組合	14.1 理解計數原理的加法法則和乘法法則 14.2 理解排列的概念和記法 14.3 解不同物件的無重排列應用題 14.4 理解組合的概念和記法 14.5 解不同物件的無重組合應用題	11	“P_r^n”、“${}_nP_r$”、“${}^nP_r$” 等記法皆可使用。 須引入諸如「求物件的排列，其中三個指定物件必須相鄰」等應用題。**不包括**圓形排列。 “C_r^n”、“${}_nC_r$”、“${}^nC_r$”、“$\binom{n}{r}$” 等記法皆可使用。
15. 續概率	15.1 認識集合的記法，包括併集、交集和餘集的記法 15.2 理解概率加法定律和互斥事件及互補事件的概念 15.3 理解概率乘法定律和獨立事件的概念	10	須包括溫氏圖的概念。 概率加法定律指「$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$」。 概率乘法定律指「$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$，其中 A 和 B 爲獨立事件。」

學習單位	學習重點	時間	注釋
	15.4 認識條件概率的概念和記法 15.5 使用排列與組合解與概率有關的應用題		須引入法則 「 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B \mid A)$ 」。 **不包括**貝葉斯定理。
16. 離差的度量	16.1 理解離差的概念 16.2 理解分佈域和四分位數間距的概念 16.3 製作及闡釋框線圖及使用框線圖比較不同組別的數據分佈 16.4 理解分組數據和不分組數據的標準差之概念 16.5 使用合適的量度方法比較不同組別數據的離差 16.6 理解標準差在涉及標準分和正態分佈的現實生活問題時的應用	14	框線圖亦可稱爲「箱形圖」。 須介紹「方差」這術語。 學生須理解的標準差公式爲： $\sigma = \sqrt{\dfrac{(x_1-\mu)^2+\ldots+(x_N-\mu)^2}{N}}$ 。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	16.7 探究下列情況對數據的離差之影響： (i) 在數據中加入一項數據 (ii) 從數據中剔除一項數據 (iii) 對數據的每一項加上一個共同常數 (iv) 對數據的每一項乘以一個共同常數		
17. 統計的應用及誤用	17.1 認識抽取調查樣本的不同技巧及製作問卷的基本原則 17.2 討論及認識各種日常活動或調查中統計方法的應用和誤用 17.3 評估從新聞媒介、研究報告等不同來源所獲得的統計調查報告	8	須介紹「總體」和「樣本」的概念。 須介紹概率抽樣和非概率抽樣的方法。 學生須認識在製作問卷時，有些因素會對問卷的信度和效度產生影響，例如：問題的形式、用語和排序及回應的選擇。

學習單位	學習重點	時間	注釋
進階學習單位			
18. 數學的進一步應用	解較複雜的現實生活和數學應用題，並在解題過程中尋找能提供解題線索的資料，探究不同的解題策略或綜合不同數學環節的知識 主要焦點爲： (a) 探究及解現實生活中較複雜的應用題 (b) 欣賞不同數學環節間的關連	20	例如： • 解諸如稅、分期付款等財務上的簡單應用題 • 分析及闡釋由調查得到的數據 • 探究及闡釋與現實生活情境有關的圖像 • 探究托勒密定理及其應用 • 爲兩組線性相關性較強的數據建模，以及探討如何將諸如 $y = m\sqrt{x} + c$ 及 $y = k\,a^x$ 等簡單的非線性關係變換爲線性關係 • 探究斐波那契數列與黃金比之間的關係 • 欣賞密碼學的應用 • 探究塞瓦定理及其應用 • 研究三次數學危機的成因及影響 • 分析數學遊戲（例如：探究注水問題的通解）

學習單位	學習重點	時間	注釋
19. 探索與研究	通過不同的學習活動，發現及建構知識，進一步提高探索、溝通、思考和形成數學概念的能力	20	此**非**一個獨立和割裂的學習單位。教師可運用建議的時間，讓學生參與不同學習單位內的活動。

總教學時數：270 小時

2.6 延伸部分

延伸部分是爲日後進修及工作中需要更多數學知識和技能的學生而設，也爲對數學有興趣和具備足夠程度、可因修讀更多的數學而受益的學生提供多一個選擇。延伸部分旨在拓展學生在必修部分以外的視野。學生若修讀延伸部分，須處理一些較必修部分更爲複雜的問題。

延伸部分提供兩個單元供學生選擇，分別爲單元一(微積分與統計)及單元二(代數與微積分)。學生最多只容許修讀一個單元。

單元一（微積分與統計）是爲那些將來在學科或職業上需要更多及更深入的數學知識、並希望在高中階段多學習一些數學應用的學生而設，它旨在：

- 提供必修部分以外的技能與概念；
- 強調數學的應用性多於其嚴謹性，從而擴闊學生在數學方面的視野；及
- 提供微積分與統計的直觀概念、相關基本技能及有用工具，爲學生將來深造和就業作準備。

單元二（代數與微積分）是爲那些希望從事與數學有關的職業、並希望在高中階段學習更高深的數學知識的學生而設，它旨在：

- 提供必修部分以外的技能與概念；
- 強調數學的理解，以便學生將來學習涉及較多數學知識的學科；及
- 幫助學生爲將來深造和就業作準備，建立穩固的代數與微積分的基礎。

2.6.1 單元一及單元二的組織

單元一（微積分與統計）及單元二（代數與微積分）的組織有別於必修部分。單元的內容縱橫交織，其課程內容是以領域而非以範疇來畫分。兩個單元均以學習目標顯示學與教的宗旨與方向。每一學習目標再細分爲個別的學習重點。

單元一(微積分與統計)分成三個領域，分別是「基礎知識」、「微積分」和「統計」。單元二（代數與微積分）亦分成三個領域，分別是「基礎知識」、「代數」和「微積分」。此外，在課程設計時加入了一個獨立於以上領域的學習單位，稱爲「進階學習單位」，旨在增強學生探究、溝通、推理及建構數學概念的能力。

2.6.2 單元一及單元二的學習目標

單元一(微積分與統計)及單元二(代數與微積分)的學習目標分別臚列如下：

單元一(微積分與統計)的學習目標

基礎知識	微積分	統計
期望學生能：		
• 應用二項展式學習概率與統計； • 以建模、繪畫圖像和應用指數函數及對數函數解決應用題；及 • 理解指數函數和對數函數的關係，並使用它們解現實生活中的應用題。	• 認識極限作爲微積分學的基礎； • 透過現實情境理解微積分的概念；及 • 求簡單函數的導數、不定積分和定積分。	• 理解概率，隨機變量，離散和連續概率分佈的概念； • 以二項、泊松、幾何和正態分佈理解統計推理的基礎概念； • 運用統計方法觀察和思考，並作出推斷；及 • 發展對不確定現象的數學思維能力，並應用相關知識和技巧解決問題。

<u>單元二(代數與微積分)的學習目標</u>

基礎知識	代數	微積分
期望學生能：		
• 將根式有理化； • 理解數學歸納法原理； • 以二項式定理展開二項式； • 理解簡單三角函數及其圖像； • 理解涉及複角的重要三角恒等式和公式；及 • 理解數字 e。	• 理解矩陣和最高爲三階方陣的逆矩陣的概念、運算和特性； • 解線性方程組； • 理解向量的概念、運算和特性；及 • 應用向量的知識解二維和三維空間的問題。	• 理解極限作爲微積分學的基礎； • 理解函數的導數、不定積分和定積分的概念和特性； • 求簡單函數的導數、不定積分和定積分； • 求函數的二階導數；及 • 應用微積分的知識解決現實生活中的問題。

2.6.3 單元一及單元二的學習重點

修讀必修部分及其中一個單元的課時佔總課時的 15% (大約 405 小時)。每個學習單位備有相應的時數(以小時爲單位)，以協助教師編排校本課程。

兩個單元的建議學習重點分別臚列如下：

單元一(微積分與統計)的學習重點

備注：

1. *學習單位分成三個領域（「基礎知識」、「微積分」和「統計」）和一個進階學習單位。*
2. *相關的學習重點歸於同一學習單位內。*
3. *表中「注釋」欄的內容，可視爲學習重點的補充資料。*
4. *學習單位旁的教學時數旨在協助教師判斷課題的教學深度。教學時數僅作參考之用，教師可因應個別情況自行調節。*

學習單位	學習重點	時間	注釋
基礎知識領域			
1. 二項展式	1.1 認識展式 $(a+b)^n$ ，其中 n 爲正整數	3	須介紹求和記法（Σ）的使用。 **不須**引入以下內容： • 三項式的展開 • 最大係數，最大項和二項式係數性質 • 求近似值的應用
2. 指數函數及對數函數	2.1 認識 e 的定義和指數級數 $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$	7	

學習單位	學習重點	時間	注釋
	2.2 認識指數函數和對數函數 2.3 使用指數函數和對數函數解應用題 2.4 將 $y = kx^n$ 及 $y = ka^x$ 化爲線性關係式，其中 a ， n 和 k 爲實數，$a > 0$ 和 $a \neq 1$		須引入以下函數： • $y = e^x$ • $y = \ln x$ 學生應知道如何解應用題，包括有關複利息、人口增長及放射性元素的衰變。 當取得 x 及 y 的實驗數據時，學生可描繪對應的直線圖形，並從圖形的斜率和截距來確定未知常數的值。
	教學時數小計	10	
微積分領域			
求導法及其應用			
3. 函數的導數	3.1 認識函數極限的直觀概念	6	學生能從圖像區分「連續函數」和「不連續函數」。 須陳述但**不須**證明有關函數的和、差、積、商、純量乘法極限和複合函數極限的定理。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	3.2 求代數函數、指數函數和對數函數的極限		須引入下列代數函數： • 多項式函數 • 有理函數 • 冪函數 x^{α} • 由上述各函數的加、減、乘、除和複合而成的其他函數，例如：$\sqrt{x^2+1}$
	3.3 透過基本原理認識函數的導數的概念		學生**不須**使用基本原理求函數的導數。 須介紹包括 y'、$f'(x)$ 和 $\frac{dy}{dx}$ 的記法。
	3.4 認識曲線 $y=f(x)$ 在點 $x=x_0$ 的切線的斜率		須介紹包括 $f'(x_0)$ 和 $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=x_0}$ 的記法。
4. 函數的求導法	4.1 理解求導法的加法法則、積法則、商法則和鏈式法則	10	須引入以下法則： • $\frac{d}{dx}(u+v)=\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}$ • $\frac{d}{dx}(uv)=u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx}$

學習單位	學習重點	時間	注釋
	4.2　求代數函數、指數函數和對數函數的導數		• $\frac{d}{dx}(\frac{u}{v}) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$ • $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ • $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$ 須引入以下公式： • $(C)' = 0$ • $(x^n)' = nx^{n-1}$ • $(e^x)' = e^x$ • $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ • $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ • $(a^x)' = a^x \ln a$ **不須**引入隱函數求導法。 須引入對數求導法。

學習單位	學習重點	時間	注釋
5. 二階導數	5.1 認識函數的二階導數的概念 5.2 求顯函數的二階導數	2	須介紹包括 y''、$f''(x)$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 的記法。 **不須**引入三階及更高階的導數。
6. 求導法的應用	6.1 使用求導法解涉及切線、變率、極大值和極小值的應用題	9	須引入全局和局部的極值。
	教學時數小計	27	
積分法及其應用			
7. 不定積分及其應用	7.1 認識不定積分法的概念 7.2 理解不定積分的基本性質及不定積分法的基本公式	10	須介紹不定積分法爲求導法的逆運算。 須介紹 $\int f(x)\,dx$ 的記法。 須引入以下性質： • $\int k f(x)dx = k\int f(x)\,dx$ • $\int [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$

學習單位	學習重點	時間	注釋
	7.3 使用不定積分法的基本公式求代數函數和指數函數的不定積分 7.4 使用代換積分法求不定積分 7.5 使用不定積分法解應用題		須引入以下公式，並對積分常數 C 的意義加以解釋： • $\int k\,dx = kx + C$ • $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$，其中 $n \neq -1$ • $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x \rvert + C$ • $\int e^x\,dx = e^x + C$ 不須引入分部積分法。

學習單位	學習重點	時間	注釋
8. 定積分及其應用	8.1 認識定積分法的概念 8.2 認識微積分基本定理及理解定積分的性質	15	須介紹將定積分表示爲曲線下矩形條的面積和的極限的定義。 須介紹 $\int_a^b f(x)\,dx$ 的記法。 須引入假變量的知識，即： $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(t)\,dt$ 所指的微積分基本定理爲 $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$，其中 $\frac{d}{dx}F(x) = f(x)$ 須引入以下性質： • $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$ • $\int_a^a f(x)\,dx = 0$ • $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$ • $\int_a^b k\,f(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$

學習單位	學習重點	時間	注釋
	8.3 求代數函數和指數函數的定積分 8.4 使用代換積分法求定積分 8.5 使用定積分法求平面圖形的面積 8.6 使用定積分法解應用題		• $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\,dx$ $= \int_a^b f(x)\,dx \pm \int_a^b g(x)\,dx$
9. 使用梯形法則計算定積分的近似值	9.1 理解梯形法則及使用它計算定積分的近似值	4	不須引入誤差估值。
	教學時數小計	29	
統計領域			
進階概率			
10. 條件概率和獨立性	10.1 理解條件概率及獨立事件的概念 10.2 使用法則 $P(A \cap B) = P(A)P(B \mid A)$ 和 $P(D \mid C) = P(D)$ 解應用題，其中 C 和 D 爲獨立事件	3	

學習單位	學習重點	時間	注釋
11. 貝葉斯定理	11.1 使用貝葉斯定理解簡單應用題	4	
	教學時數小計	7	
二項、幾何及泊松分佈及應用			
12. 離散隨機變量	12.1 認識離散隨機變量的概念	1	
13. 概率分佈，期望值和方差	13.1 認識離散概率分佈的概念，並以表列、圖像和數學公式表示離散概率分佈 13.2 認識期望值 $E(X)$ 和方差 $\mathrm{Var}(X)$ 的概念，並使用它們解簡單應用題 13.3 使用公式 $E(aX+b)=a\,E(X)+b$ 和 $\mathrm{Var}(aX+b)=a^2\,\mathrm{Var}(X)$ 解簡單應用題	5	
14. 二項分佈	14.1 認識二項分佈的概念及其性質 14.2 計算涉及二項分佈的概率	5	須介紹伯努利分佈。 須介紹二項分佈的平均值及方差 (**不須**證明)。 **不須**使用二項分佈表。
15. 幾何分佈	15.1 認識幾何分佈的概念及其性質 15.2 計算涉及幾何分佈的概率	4	須介紹幾何分佈的平均值及方差 (**不須**證明)。

學習單位	學習重點	時間	注釋
16. 泊松分佈	16.1 認識泊松分佈的概念及其性質 16.2 計算涉及泊松分佈的概率	4	須介紹泊松分佈的平均值及方差 (**不須**證明)。 **不須**使用泊松分佈表。
17. 二項、幾何和泊松分佈的應用	17.1 使用二項、幾何和泊松分佈解應用題	5	
	教學時數小計	24	
正態分佈及其應用			
18. 基本定義及其性質	18.1 通過正態分佈，認識連續隨機變量及連續概率分佈的概念 18.2 認識正態分佈的概念及其性質	3	**不須**推導正態分佈的平均值及方差。 學習重點 13.3 的公式亦適用於連續隨機變量。 正態分佈的性質包括： • 曲線爲鐘形並對稱於平均值 • 平均值、眾數和中位數均相等 • 離差取決於 σ 值 • 曲線下的面積爲 1

學習單位	學習重點	時間	注釋
19. 正態變量的標準化及標準正態分佈表的使用	19.1 將正態變量標準化並使用標準正態分佈表求涉及正態分佈的概率	2	
20. 正態分佈的應用	20.1 在已知 x_1, x_2, μ 和 σ 的值的情況下，求 $P(X > x_1)$、$P(X < x_2)$、$P(x_1 < X < x_2)$及相關概率的值，其中 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 20.2 在已知 $P(X > x)$、$P(X < x)$、$P(a < X < x)$、$P(x < X < b)$或相關概率的值的情況下，求 x 的值，其中 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 20.3 使用正態分佈解應用題	7	
	教學時數小計	12	
點及區間估計			
21. 抽樣分佈和點估計	21.1 認識樣本統計量和總體參數的意義 21.2 當隨機樣本容量爲 n 時，認識樣本平均值的抽樣分佈	7	當總體平均值爲 μ 和總體方差爲 σ^2 時，樣本平均值的平均值是 μ 和樣本平均值的方差是 $\frac{\sigma^2}{n}$。

學習單位	學習重點	時間	注釋
	21.3 認識點估計的意義，當中包括樣本平均值，樣本方差和樣本比例 21.4 認識中心極限定理		須介紹「估計量」這概念。 當總體平均值爲 μ 和 總體容量爲 N 時，則總體方差爲 $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}$ 。 當樣本平均值爲 $\bar{x}$ 和樣本容量爲 n 時，則樣本方差爲 $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$ 。 須認識「無偏估計量」這概念。
22. 總體平均值的置信區間	22.1 認識置信區間的概念 22.2 求總體平均值的置信區間	6	• 一個正態總體，其方差爲 σ^2，總體平均值 μ 的 $100(1-\alpha)\%$ 置信區間爲 $(\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

學習單位	學習重點	時間	注釋
			• 一個總體，不知其方差，但樣本容量 n 足夠大時，總體平均值 μ 的 $100(1-\alpha)\%$ 置信區間爲 $(\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}})$， 其中 s 爲樣本標準差。
23. 總體比例的置信區間	23.1 求總體比例的置信區間估計	3	對於取自一個伯努利分佈的隨機樣本(其樣本容量 n 足夠大)，總體比例 p 的 $100(1-\alpha)\%$ 置信區間爲 $(\hat{p}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\ \hat{p}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$， 其中 $\hat{p}$ 爲總體比例的無偏估計量。
	教學時數小計	16	

學習單位	學習重點	時間	注釋
進階學習單位			
24. 探索與研究	通過不同的學習活動，發現及建構知識，進一步提高探索、溝通、思考和形成數學概念的能力	10	此**非**一個獨立和割裂的學習單位。教師可運用建議的時間，讓學生參與不同學習單位內的活動。
	教學時數小計	10	

總教學時數： 135 小時

單元二（代數與微積分）學習重點

備注：

1. *學習單位分成三個領域（「基礎知識」、「代數」和「微積分」）和一個進階學習單位。*
2. *相關的學習重點歸於同一學習單位內。*
3. *表中「注釋」欄的內容，可視爲學習重點的補充資料。*
4. *學習單位旁的教學時數旨在協助教師判斷課題的教學深度。教學時數僅作參考之用，教師可因應個別情況自行調節。*

學習單位	學習重點	時間	注釋
基礎知識領域			
1. 根式	1.1 將形如 $\dfrac{k}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}$ 的數式的分母有理化	1.5	此學習單位可以在教授極限及求導法時才引入。
2. 數學歸納法	2.1 理解數學歸納法原理	5	只須引入數學歸納法的基本原理。 包括應用數學歸納法於證明與有限數列求和及整除性有關的命題。 **不須**證明與不等式有關的命題。

學習單位	學習重點	時間	注釋
3. 二項式定理	3.1 以二項式定理展開指數爲正整數的二項式	3	須引入二項式定理的證明。 須介紹求和記法（Σ）的使用。 不須引入以下內容： • 三項式的展開 • 最大係數、最大項和二項式係數性質 • 求近似值的應用
4. 續三角函數	4.1 理解弧度法的概念 4.2 透過弧度法求弧長及扇形面積 4.3 理解餘割函數、正割函數和餘切函數及其圖像 4.4 理解恆等式 $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ 和 $1 + \cot^2 \theta = \mathrm{cosec}^2 \theta$ 4.5 理解正弦、餘弦、正切函數的複角公式、二倍角公式及正弦、餘弦函數的和積互化公式	11	須以恆等式簡化三角數式。 須引入以下公式： • $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$ • $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$ • $\tan(A \pm B) = \dfrac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$ • $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

學習單位	學習重點	時間	注釋
			• $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$ $= 1 - 2\sin^2 A = 2\cos^2 A - 1$ • $\tan 2A = \dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$ • $\sin^2 A = \dfrac{1}{2}(1 - \cos 2A)$ • $\cos^2 A = \dfrac{1}{2}(1 + \cos 2A)$ • $2\sin A\cos B = \sin(A + B) + \sin(A - B)$ • $2\cos A\cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$ • $2\sin A\sin B = \cos(A - B) - \cos(A + B)$ • $\sin A + \sin B = 2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$ • $\sin A - \sin B = 2\cos\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$ • $\cos A + \cos B = 2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$ • $\cos A - \cos B = -2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$ 不須引入「輔助角的形式」。

學習單位	學習重點	時間	注釋
			$\sin^2 A = \frac{1}{2}(1-\cos 2A)$ 及 $\cos^2 A = \frac{1}{2}(1+\cos 2A)$ 可視爲源自二倍角公式的結果。
5. e 的簡介	5.1 認識 e 和自然對數的定義及其記法	1.5	可考慮用以下兩種方式引入 e： • $e = \lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$ （不須證明此極限的存在性） • $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$ 此學習單位可在教授學習單位 6.1 時才引入。
	教學時數小計	22	
微積分領域			
極限和求導法			
6. 極限	6.1 理解函數極限的直觀概念	5	學生應能從圖像區分「連續函數」和「不連續函數」。 以下函數爲連續函數和不連續函數的例子：絕對值函數 $\lvert x \rvert$、正負號函數 $\mathrm{sgn}(x)$、上取整函數

學習單位	學習重點	時間	注釋
	6.2 求函數的極限		$\lceil x \rceil$ 及下取整函數 $\lfloor x \rfloor$。 須陳述但**不須**證明有關函數的和、差、積、商、純量乘法極限和複合函數極限的定理。 須引入以下公式： • $\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1$ • $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ 須求當自變量趨向無窮時，有理函數的極限。
7. 求導法	7.1 理解函數導數的概念 7.2 理解求導法的加法法則、積法則、商法則及鏈式法則	14	學生應能從基本原理求包括 C、x^n（n 爲正整數）、$\sqrt{x}$、$\sin x$、$\cos x$、e^x、$\ln x$ 等初等函數的導數。 須介紹包括 y'、$f'(x)$ 和 $\frac{dy}{dx}$ 的記法。 **不須**判別函數的可導性。 須引入以下法則： • $\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$

學習單位	學習重點	時間	注釋
	7.3 求包含代數函數、三角函數、指數函數及對數函數的函數之導數		• $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$ • $\frac{d}{dx}(\frac{u}{v}) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$ • $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ 須引入以下公式： • $(C)' = 0$ • $(x^n)' = n\,x^{n-1}$ • $(\sin x)' = \cos x$ • $(\cos x)' = -\sin x$ • $(\tan x)' = \sec^2 x$ • $(\cot x)' = -\mathrm{cosec}^2 x$ • $(\sec x)' = \sec x \tan x$ • $(\mathrm{cosec}\, x)' = -\mathrm{cosec}\, x \cot x$ • $(e^x)' = e^x$ • $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ 須引入下列的代數函數：

學習單位	學習重點	時間	注釋
	7.4 以隱函數求導法求導數 7.5 求顯函數的二階導數		• 多項式函數 • 有理函數 • 冪函數 x^{α} • 由上述各函數的加、減、乘、除和複合而成的其他函數，例如：$\sqrt{x^2+1}$ 須引入對數求導法。 須介紹包括 y''、$f''(x)$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 的記法。 **不須**引入三階或更高階的導數。
8. 求導法的應用	8.1 求曲線的切線和法線方程 8.2 求函數的極大值和極小值 8.3 描繪多項式函數及有理函數的曲線	14	 須引入全局及局部極大值和極小值。 當描繪曲線時，須注意以下事項： • 曲線的對稱性 • x 值和 y 值的限制 • 曲線與兩軸的截距

學習單位	學習重點	時間	注釋
	8.4 解與變率、極大值和極小值有關的應用題		• 極大點與極小點 • 拐點 • 曲線的垂直、水平和斜漸近線 學生可以運用除法推算有理函數曲線的斜漸近線方程。
	教學時數小計	33	
積分法			
9. 不定積分法	9.1 認識不定積分法的概念 9.2 理解不定積分的性質及使用代數函數積分公式、三角函數積分公式及指數函數積分公式求不定積分	16	須介紹不定積分法爲求導法的逆運算。 須引入以下公式： • $\int k\,dx = kx + C$ • $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$，其中 $n \neq -1$ • $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x \rvert + C$ • $\int e^x\,dx = e^x + C$

學習單位	學習重點	時間	注釋
			• $\int \sin x\,dx = -\cos x + C$ • $\int \cos x\,dx = \sin x + C$ • $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C$ • $\int \operatorname{cosec}^2 x\,dx = -\cot x + C$ • $\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + C$ • $\int \operatorname{cosec} x \cot x\,dx = -\operatorname{cosec} x + C$ 更複雜習題可見於學習重點 9.4 至 9.6。
	9.3 理解不定積分在現實生活或在數學情境的應用		須引入不定積分在諸如幾何學及物理學方面的應用。
	9.4 使用代換積分法求不定積分		

學習單位	學習重點	時間	注釋
	9.5 使用三角代換法求含有 $\sqrt{a^2-x^2}$ 、$\sqrt{x^2-a^2}$ 或 $\sqrt{a^2+x^2}$ 形式的不定積分 9.6 使用分部積分法求不定積分		須介紹包括 $\sin^{-1}x$ 、$\cos^{-1}x$ 和 $\tan^{-1}x$ 的記法，以及有關主值的概念。 可引用 $\int \ln x\,dx$ 爲例子說明分部積分法。 在求一個積分時最多使用分部積分法兩次。
10. 定積分法	10.1 認識定積分法的概念 10.2 理解定積分的性質	11	須介紹定積分作爲和的極限，並由此定義求定積分。 須引入假變量的應用，包括 $\int_a^b f(x)\,dx=\int_a^b f(t)\,dt$ 。 **不須**引入以定積分法求無窮數列之和。 須引入以下性質： • $\int_a^b f(x)\,dx=-\int_b^a f(x)\,dx$ • $\int_a^a f(x)\,dx=0$ • $\int_a^b f(x)\,dx=\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b f(x)\,dx$

學習單位	學習重點	時間	注釋
	10.3 求代數函數、三角函數和指數函數的定積分		• $\int_a^b k\,f(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$ • $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\,dx$ $= \int_a^b f(x)\,dx \pm \int_a^b g(x)\,dx$ 須介紹微積分基本定理： $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$，其中 $\frac{d}{dx}F(x) = f(x)$。
	10.4 使用代換積分法求定積分		
	10.5 使用分部積分法求定積分		在求一個積分時最多使用分部積分法兩次。
	10.6 理解偶函數、奇函數及周期函數定積分的性質		須引入以下性質： • 若 f 爲奇函數，則 $\int_{-a}^a f(x)\,dx = 0$ • 若 f 爲偶函數，則 $\int_{-a}^a f(x)\,dx = 2\int_0^a f(x)\,dx$ • 若 $f(x+T) = f(x)$，即 f 爲週期函數，則

學習單位	學習重點	時間	注釋
			$\int_0^{nT} f(x)\,dx = n\int_0^{T} f(x)\,dx$
11. 定積分法的應用	11.1 理解以定積分求平面圖形面積的應用 11.2 理解以定積分求沿坐標軸或平行於坐標軸的直線旋轉而成的旋轉體體積的應用	7	 須包括「圓盤法」和「外殼法」。須包括求空心旋轉體的體積。
	教學時數小計	34	
代數領域			
矩陣及線性方程組			
12. 行列式	12.1 認識二階及三階行列式的概念及其性質	3	須引入以下性質： • $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ • $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c_1 & b_1 & a_1 \\ c_2 & b_2 & a_2 \\ c_3 & b_3 & a_3 \end{vmatrix}$ • $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 \\ a_2 & b_2 & 0 \\ a_3 & b_3 & 0 \end{vmatrix} = 0$ • $\begin{vmatrix} a_1 & kb_1 & c_1 \\ a_2 & kb_2 & c_2 \\ a_3 & kb_3 & c_3 \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

學習單位	學習重點	時間	注釋
			• $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & kb_1 \\ a_2 & b_2 & kb_2 \\ a_3 & b_3 & kb_3 \end{vmatrix} = 0$ • $\begin{vmatrix} a_1+a_1' & b_1 & c_1 \\ a_2+a_2' & b_2 & c_2 \\ a_3+a_3' & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1' & b_1 & c_1 \\ a_2' & b_2 & c_2 \\ a_3' & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ • $\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & b_1 & c_1 \\ a_2+kb_2 & b_2 & c_2 \\ a_3+kb_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ • $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ 須介紹包括 $\lvert A \rvert$ 和 $\det(A)$ 的記法。
13. 矩陣	13.1 理解矩陣的概念、運算及其性質	9	須引入矩陣的加法、純量乘法和乘法。 須引入以下性質： • $A + B = B + A$ • $A + (B + C) = (A + B) + C$ • $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$ • $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$ • $A(BC) = (AB)C$

學習單位	學習重點	時間	注釋
	13.2 理解二階及三階方陣逆矩陣的概念、運算及其性質		• $A(B + C) = AB + AC$ • $(A + B)C = AC + BC$ • $(\lambda A)(\mu B) = (\lambda\mu)AB$ • $\lvert AB \rvert = \lvert A \rvert \lvert B \rvert$ 須引入以下性質： • A 的逆矩陣是唯一的 • $(A^{-1})^{-1} = A$ • $(\lambda A)^{-1} = \lambda^{-1}A^{-1}$ • $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$ • $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$ • $\lvert A^{-1} \rvert = \lvert A \rvert^{-1}$ • $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ 其中 A 及 B 爲可逆矩陣，λ 爲非零純量。
14. 線性方程組	14.1 以克萊瑪法則、逆矩陣和高斯消去法解聯立二元和三元線性方程組	6	須引入以下定理： • 一個齊次三元線性方程組有非平凡解當且僅當它的係數矩陣爲奇異矩陣 可向學生介紹「充分及必要條件」這用語。
	教學時數小計	18	

學習單位	學習重點	時間	注釋
向量			
15. 向量的簡介	15.1 理解向量及純量的概念 15.2 理解向量的運算及其性質	5	須引入向量的模、零向量及單位向量的概念。 學生須認識印刷時採用的向量記法（包括 **a** 和 $\overrightarrow{AB}$）以及書寫時採用的記法（包括 $\vec{a}$、$\overrightarrow{AB}$ 和 $\underline{a}$）和表示向量的模的記法（包括 $\lvert\mathbf{a}\rvert$ 和 $\lvert\vec{a}\rvert$）。 須引入向量的加法、減法和純量乘法。 須引入以下性質： • $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$ • $\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$ • $\mathbf{a} + \mathbf{0} = \mathbf{a}$ • $0\,\mathbf{a} = \mathbf{0}$ • $\lambda(\mu\mathbf{a}) = (\lambda\mu)\mathbf{a}$ • $(\lambda + \mu)\mathbf{a} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a}$ • $\lambda(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \lambda\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}$

學習單位	學習重點	時間	注釋
	15.3 理解向量在直角坐標系統的表示法		• 若 $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} = \alpha_1\mathbf{a} + \beta_1\mathbf{b}$（其中 **a** 和 **b** 爲非零並且互相不平行的向量），則 $\alpha = \alpha_1$ 及 $\beta = \beta_1$ 須引入以下公式： • 在 $\mathbf{R}^3$ 中，$\lvert\overrightarrow{OP}\rvert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ • 在 $\mathbf{R}^2$ 中，$\sin\theta = \dfrac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ 及 $\cos\theta = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ 可以使用向量在直角坐標系統的表示法來討論在學習重點 15.2 的注釋中所提及的性質。 不須引入方向餘弦的概念。
16. 純量積與向量積	16.1 理解向量的純量積（點積）的定義及其性質	5	須引入以下性質： • $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$ • $\mathbf{a} \cdot (\lambda\mathbf{b}) = \lambda(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ • $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$ • $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = \lvert\mathbf{a}\rvert^2 \geq 0$ • $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = 0$ 當且僅當 $\mathbf{a} = \mathbf{0}$

學習單位	學習重點	時間	注釋
	16.2 理解在 $\mathbf{R}^3$ 中向量的向量積（叉積）的定義及其性質		• $\lvert \mathbf{a} \rvert \lvert \mathbf{b} \rvert \geq \lvert \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \rvert$ • $\lvert \mathbf{a} - \mathbf{b} \rvert^2 = \lvert \mathbf{a} \rvert^2 + \lvert \mathbf{b} \rvert^2 - 2(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ 須引入以下性質： • $\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}$ • $\mathbf{b} \times \mathbf{a} = -(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ • $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{c}$ • $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$ • $(\lambda\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \times (\lambda\mathbf{b}) = \lambda(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ • $\lvert \mathbf{a} \times \mathbf{b} \rvert^2 = \lvert \mathbf{a} \rvert^2 \lvert \mathbf{b} \rvert^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2$ 須介紹以下純量三重積的性質： • $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ • $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a} = (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b}$
17. 向量的應用	17.1 理解向量的應用	8	須引入線段的分割、平行性和正交性。 須引入求兩向量間的夾角、向量投射至另一向量的投影、平行六面體的體積和三角形的面積。
	教學時數小計	18	

學習單位	學習重點	時間	注釋
進階學習單位			
18. 探索與研究	通過不同的學習活動，發現及建構知識，進一步提高探索、溝通、思考和形成數學概念的能力	10	此**非**一個獨立和割裂的學習單位。教師可運用建議的時間，讓學生參與不同學習單位內的活動。
	教學時數小計	10	

總教學時數： 135 小時